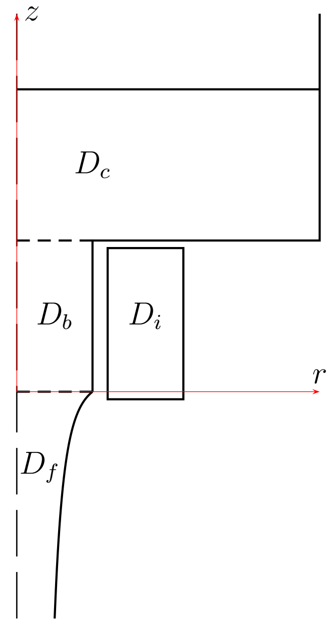
# Travail pratique de : Transfert inductif de l'énergie

G. Vinsard

13 novembre 2014

Le problème consiste à dimensionner un dispositif de ré-chauffage dans une installation de coulée continue de métal liquide. Le dispositif est axisymétrique et composé d'une cuve $D_c$ percée débouchant sur une buse $D_b$ ; le filet de métal en sortie de buse est noté $D_c$. Pour cela on place un enroulement $D_i$ de $N$ spires, lequel est alimenté par un courant d'amplitude efficace $\underline{i}$ à la fréquence $f$.




Le système d'axe étant indiqué par la figure ; par Bernoulli, la courbe du profil de filet est

$$z = \frac{D^2}{2\pi g^2}\left(\frac{1}{r^4} - \frac{1}{R^4}\right)$$

où $R$ est le rayon de la buse, $D$ le débit volumique, $g$ l'accélération de la pesanteur. Le rayon de la cuve est $R_x$, la hauteur de liquide $Z_x$, la hauteur de la buse $Z$.

L'enroulement $D_i$ a un rayon intérieur $R_i$ et extérieur $R_i + E_i$ ; sa hauteur minimale est $Z_i$ et maximale $Z_i + H_i$.

La conductivité du métal liquide est notée $\sigma$ et le problème ne comporte aucun domaine magnétique.

**1 -** Réaliser un script de calcul sous Freefem++ permettant de calculer : la puissance réactive $Q$, la puissance active $P_j$ (qui sera dissipée par effet Joule dans le domaine liquide, les fractions $fP_c$, $fP_b$ et $fP_f$ de cette puissances dissipées dans les domaines $D_c$, $D_b$ et $D_f$.

**2 -** Sachant que le liquide dans la cuve est chauffé indépendemment du dispositif de réchauffage, la puissance que ce dernier injecte dans cette cuve peut être considérée comme perdue.

Comment alors disposer et dimensionner l'inducteur (paramètres $R_i$, $Z_i$, $E_i$ et $H_i$) pour injecter le maximum de puissance dans la buse et dans le filet ? Cela à courant et à fréquence fixée, cette dernière étant telle que la profondeur de pénétration de l'effet Kelvin soit 1/3 du rayon $R$. On prendra également en compte que la matière de la buse et de la cuve imposent les contraintes

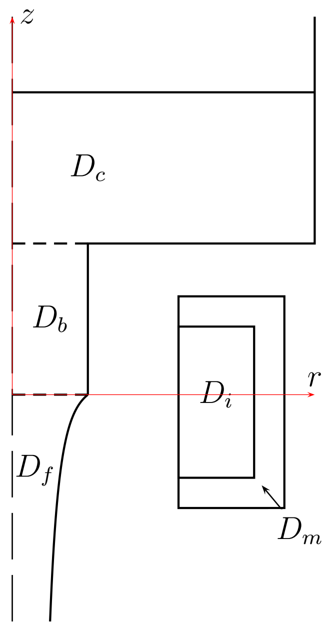
$$R_i > 1.1\ R\ ;\ Z_i + H_i < 0.9Z$$

**3-** Transformer le script de manière que la cuve soit prise en compte par une méthode d'impédance de frontière.

Verifier que les résultats obtenus avec cette modification sont voisins de ceux qui ont été obtenus sans cette approximation.

Quelles sont les limites et l'intérêt de l'approximation ?

**4-** On décide maintenant d'envelopper l'inducteur par une culasse magnétique $D_m$




L'épaisseur de la culasse est $E_c$, sa perméabilité relative $\mu_r$.

**4-** Réaliser le script qui prend en compte la culasse (toujours avec l'approximation de l'impédance de frontière pour la cuve).

**5-** Comment alors dimensionner le système inducteur+culasse pour injecter le maximum de puissance dans la buse et le filet ?

## Détails pratiques

La partie de donnée des scripts fournis est de la forme :

```
real dens=1000;
real D=3e-05,g=9.81,cf=((D^2)/(2*(pi^2)*g));
real R=0.01,Z=0.02,Rx=0.05,Zx=0.03,Rm=0.004,Zm=cf*(1.0/(R^4)-(1.0/(Rm^4)));
real Zi=0,Ri=0.011,Ei=0.005,Hi=0.018;
real mu0=4e-07*pi,sigma=20000000.0,f=1000,omega=2*pi*f,Si=Hi*Ei,delta=sqrt(2.0/(sigma*om
```

Les symboles utilisés sont ceux de l'énoncé.

La variable 'dens' est la densité de maillage : c'est le nombre moyen d'éléments finis coupés par un segment de longueur unité, plus dens est grand, plus le maillage est fin et plus le calcul est long.

Les sorties des scripts sont

les figures : lignes de contour, maillage, parties réelle et imaginaire de $r\ a$ (les lignes d'induction aux temps $t = 0$ et $t = \pi/(2\,\omega)$ ;

les grandeurs : $S$ puissance complexe calculée sur l'inducteur, $Pj$ puissance Joule calculée dans le métal liquide , $Q$ puissance réactive qui sont donnée par ampère-tour carré (il y a dans l'inducteur $N$ spires et l'ampère-tour est $N\ i$ où $i$ est le courant injecté ;

les fractions de $P_J$ : $fP_c$, $fP_b$, $fPf$ définies dans l'énoncé.