Mécanique et électricité analytiques

Interrogations écrites No1

G. Vinsard

Gerard.Vinsard@univ-lorraine.fr

1er octobre 2019

Interrogation No1 – 10' – 15 oct. 2012 – sans documents

Un système mécanique [1] est décrit par les variables de position et vitesses q_1, q_2, q_3, q_4 et $\dot{q}_1$, $\dot{q}_2$, $\dot{q}_3$, $\dot{q}_4$ de manière que :

- l'énergie cinétique est

$$T = \frac{2}{3}\left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_3^2 - \dot{q}_1\,\dot{q}_3 \;+\; \dot{q}_2^2 + \dot{q}_4^2 - \dot{q}_2\,\dot{q}_4\right)$$

- l'énergie potentielle est

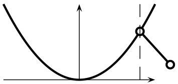
$$V = -\frac{1}{\sqrt{q_1^2 + q_2^2}} - \frac{1}{\sqrt{q_3^2 + q_4^2}} + \frac{1}{\sqrt{(q_1 - q_3)^2 + (q_2 - q_4)^2}}$$

1. Exprimer le lagrangien et écrire les équations d'Euler-Lagrange du système ;
2. Exprimer le Hamiltonien et écrire les équations de Hamilton du système.

1. Problème (adimensionné) plan des trois corps ; cf. Whittaker p. 352

Interrogation No1 – 10' – 6 oct. 2014 – sans documents

Une masse m est assujettie à se déplacer sur une parabole paramétrée par $x\ \vec{k}_x + x^2/(2\ R)\ \vec{k}_z$; une autre masse m est fixée à la première par une tige rigide de masse négligeable et de longueur R et elle peut tourner librement dans le plan $\vec{k}_x, vk_z$; le champ de pesanteur uniforme est $-g\ \vec{k}_z$:



1. Exprimer le lagrangien et écrire les équations d'Euler-Lagrange du système ;
2. Exprimer le Hamiltonien et écrire les équations de Hamilton du système.

Pour les deux questions bien spécifier les variables intermédiaires utilisées (une erreur de calcul est moins importante que l'ignorance du plan à suivre) et faire un dessin indiquant le choix des variables de configuration.

Interrogation No1 – 10' – 5 oct. 2015 – sans documents

Un système à 1 ddl x est décrit par ses énergie cinétique

$$T = \frac{1}{2}\, m\, \left(1 + \frac{x^2}{L^2}\right)\, \dot{x}^2$$

et énergie potentielle

$$V = V_0\, \sin\left(\frac{x}{L}\right)$$

Écrire les équations régissant son mouvement :

- par la méthode d'Euler-Lagrange ;
- par la méthode de Hamilton.

Interrogation No1 – 10' – 26 sept. 2016 – sans documents

Un système à 1 ddl « s » est décrit par ses énergie cinétique et potentielle

$$T = \frac{1}{2}\, m\, \dot{s}^2 \text{ et } V = -m\, g\, \sin\alpha\, s + \frac{1}{2}\, k\, s^2$$

Question essentielle : Écrire les équations régissant son mouvement :

- par la méthode d'Euler-Lagrange ;
- par la méthode de Hamilton.

Question annexe : Le système correspond à une masse assujettie à rester sur une courbe donnée et reliée à un ressort. Faire un dessin de la configuration correspondant à ces énergies.

Interrogation No1 – 10' – 16 Oct. 2017 – sans documents

Un système mécanique à 2 degrés de liberté θ et r a pour énergies cinétique et potentielle (notation de Newton pour les dérivées temporelles)

$$T = \frac{1}{2}\left(J\,\dot{\theta}^2 + m\left(r^2\,\dot{\theta}^2 + \dot{r}^2\right)\right)\ ;\ V = \frac{1}{2}\,k\,\left(r - r_0\right)^2$$

Écrire :

a) le Lagrangien
b) les équations d'Euler-Lagrange
c) les impulsions puis le Hamiltonien
d) les équations de Hamilton

Il y a une variable ignorable.

e) Laquelle ?
f) Exprimer le Hamiltonien en prenant ce fait en compte

Interrogation No1 – 10' – 8 Oct. 2018 – sans documents

Un système mécanique à 2 degrés de liberté s et θ a pour énergies cinétique et potentielle (notation de Newton pour les dérivées temporelles)

$$T = \frac{m}{2}\left(2\,\dot{s}^2 + \ell^2\,\dot{\theta}^2 + \cos(\alpha - \theta)\,\ell\,\dot{s}\,\dot{\theta}\right);\ V = m\,g\,\left(2\,\sin\alpha\,s - \cos\theta\,\ell\right)$$

Écrire :

a) le Lagrangien
b) les équations d'Euler-Lagrange
c) les impulsions en fonction des vitesses
d) les vitesses en fonction des impulsions
e) le Hamiltonien
f) les équations de Hamilton.