Équations macroscopiques de la physique classique
Applications

TDs

G. Vinsard

Gerard.Vinsard@univ-lorraine.fr

25 mai 2023

Exercice No 1 : Advection – Évolution de taches dans des champs de vitesses bidimensionnels

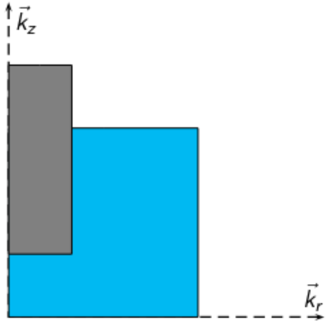
- Comment évolue une tache initialement carrée dans un champ de vitesses de cisaillement, i.e. de la forme $\vec{v} = -\Omega\, y\, \vec{k}_x$?

- Et une tache initialement ronde ou même de forme quelconque paramétrée par $G(x, y) < 0$?

- Le champ de vitesses est de la forme $\vec{v} = \partial_y a\, \vec{k}_x - \partial_x a\, \vec{k}_y$ où $a = V\,(y - g(x))$, g étant une fonction quelconque. Mêmes questions.

Exercice No 2

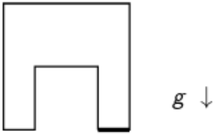
On plonge un bâton de sel à symétrie axisymétrique dans un récipient lui-même axisymétrique de même axe et rempli d'eau pure. La section méridionale de la géométrie est donc (gris pour le bâton, bleau pour l'eau)



Écrire les équations permettant le calcul de la concentration en sel au cours du temps.

Exercice No 3 : Sédimentation

Un papier essuie-tout (placé entre deux feuilles de plastique pour éviter l'évaporation latérale) est disposé comme indiqué sur la photographie ;



► En supposant que la concentration en eau peut être modélisée par une équation de sédimentation, faire une figure comportant des noms de domaines et de bords de domaines et écrire les équations du problème d'évolution de la concentration en spécifiant toutes les variables utilisées.

Pour les illustrations, cf. script FreeFem++
`https://gerard.vinsard.fr/Cours/EMPC/L2Sedimentation.edp`

Exercice No 4 : Chauffage d'un cylindre de faible section chauffé à l'une de ses extrémités

Le cylindre est un fil de cuivre de longueur est 1 m, de section circulaire de rayon 1 mm, initialement à température ambiant $T_0 = 20 + 273\ K$; dans la gamme de température du chauffage

$$\lambda = 400\ W/(m\ K) \quad \rho = 8960\ kg/m^3 \quad C_p = 380\ J/(kg\ K)$$

et on estime l'émissivité à $\epsilon = 0.1$ et le coefficient d'échange à $h = 20\ W/(m^2\ K)$. La puissance injectée par le chauffage est $P = 10\ W$.

- Vérifier que toutes les données nécessaires sont disponibles pour résoudre l'équation de la chaleur (notamment faire le lien entre P et le terme source de l'équation).

- Faire l'approximation de l'ailette qui consiste à supposer que la température est constante dans la section du fil.

- Calculer alors la solution de régime stationnaire après avoir estimé son temps d'établissement en supposant que l'autre extrémité du fil est maintenue à la température ambiante.

Exercice No 5 : Chauffage d'un cylindre de faible section se déplaçant à vitesse constante par rapport à la source de chauffage.

Le cylindre est un fil de cuivre de longueur infinie, de section circulaire de rayon 1 mm, initialement à température ambiant $T_0 = 20 + 273\ K$ et qui se déplace par rapport à la source de chauffage à la vitesse $v = 1\ mm/s$; dans la gamme de température du chauffage

$$\lambda = 400\ W/(m\ K) \quad \rho = 8960\ kg/m^3 \quad C_p = 380\ J/(kg\ K)$$

et on néglige les pertes latérales ($h = 0, epsilon = 0$). La puissance injectée par le chauffage est $P = 10\ W$.

► Vérifier que toutes les données nécessaires sont disponibles pour résoudre l'équation de la chaleur (notamment faire le lien entre P et le terme source de l'équation).

► Faire l'approximation de l'ailette qui consiste à supposer que la température est constante dans la section du fil.

► Calculer la solution de régime stationnaire en supposant que la source est ponctuelle.

Exercice No 6 : Profondeur de cave

À quelle profondeur faut-il creuser une cave dans un sol de propriétés

$$\lambda = 0.14 \ W/(m \ K) \quad \rho = 2000 \ kg/m^3 \quad C_p = 837 \ J/(kg \ K)$$

pour que l'influence du jour et de la nuit n'y soit pas sensible ?

- Écrire l'équation de la chaleur unidirectionnelle dans un massif semi-infini en supposant que la température de surface due au soleil est de la forme

$$T_s = T_0 + \Theta \ \sin(\omega \ t)$$

- Trouver le résultat demandé en supposant que la profondeur est atteinte lorsque la fluctuation de température du régime quasi-stationnaire est de l'ordre de $\Theta/10$.

Exercice No 7 : Écoulement de Poiseuille dans une conduite

- Un écoulement dans une conduite cylindrique (invariante par translation dans la direction $\vec{k_z}$) et axisymétrique (invariante par rotation autour de $\vec{k_z}$) de rayon R est de la forme

$$\vec{v} = w(r)\,\vec{k_z}$$

- Donner l'expression de l'écoulement laminaire en fonction du débit volumique d (en m^3/s) ; en déduire l'expression de la *perte de charge* dans la conduite.

- Donner la condition pour laquelle cet écoulement laminaire se produit. Et discuter des raisons pour lesquelle il se trouve que l'écoulement dans une conduite est moins simple que cela, notament on pourra regarder l'abaque de Moody :
`https://fr.wikipedia.org/wiki/Diagramme_de_Moody`

Exercice No 8 : Écoulement de Couette entre deux cylindres coaxiaux

► Un écoulement entre deux cylindres coaxiaux de rayons R_1 et R_2 et tournant chacun à la vitesse Ω_1 et Ω_2 est de la forme

$$\vec{v} = v(r)\ \vec{k}_\theta$$

► Donner l'expression de l'écoulement en fonction de Ω_1 et Ω_2. En déduire l'expression du couple sur le cylindre intérieur.