Mécanique et électricité analytiques

Interrogations écrites et examens

G. Vinsard

Gerard.Vinsard@univ-lorraine.fr

6 novembre 2017

Interrogation No1 – 10' – 16 oct. 2015 – sans documents

- Une densité ρ est advectée par un champ de vitesse $\vec{v}$ dans un domaine D. Écrire l'équation d'évolution de ρ dans D.

- Cette densité n'est plus advectée mais elle diffuse dans D. Écrire l'équation d'évolution de ρ dans D. Le bord ∂D de D (muni d'un champ de normales extérieures $\vec{n}$) est imperméable au passage de la quantité dont ρ représente la distribution dans D. Écrire la condition correspondante.

- Le champ de vitesse $\vec{v}$ dans D est dû à l'effet d'une densité de force volumique $\vec{f}$; le domaine liquide D est bordé par des parois solides immobiles ; le liquide est incompressible. Écrire les équations d'évolution de $\vec{v}$.

- Écrire les equations permettant le calcul de $\vec{v}$ dans le cas stationnaire ($\vec{f}$ ne dépend alors pas du temps) ; dans cette hypothèse le nombre de Reynolds est supposé très petit, écrire l'approximation correspondante en rappelant son nom.

Interrogation No2 – 10' – 2 déc. 2015 – sans documents

- Dans l'hypothèse des petites déformations où $\vec{u} = u\,\vec{k}_x + v\,\vec{k}_y + w\vec{k}_z$ est le déplacement et dans un milieu élastique de paramètre de Lamé λ et μ : écrire les tenseurs de déformations, des contraintes et l'équation de Navier.

- Écrire le modèle de Maxwell reliant les champ et induction magnétique $\vec{h}$, $\vec{b}$, le champ électrique $\vec{e}$ et la densité ce courant $\vec{j}$ (la densité de charge ρ pourra être négligée) dans l'hypothèse des basses fréquences. Écrire la relation magnétique dans un milieu de perméablité magnétique relative μ_r, écrire la loi d'Ohm dans un milieu de conductivité électrique σ.

- On donne un domaine solide D supposée immobile de conductivité thermique λ, de masse volumique ρ et de chaleur spécifique à pression constante C_p ; sa température initiale est T_0, il n'y a pas de densité volumique de puissance, son bord ∂D est composé de deux partie Γ_0 où il n'y a pas d'échange de chaleur et Γ_1 où le flux de chaleur entrant est Φ uniforme sur Γ_1. Écrire l'équation d'évolution de la température T.

Interrogation No1 – 10' – 2 nov. 2015 – sans documents

► Un fluide incompressible de masse volumique ρ, de viscosité dynamique μ remplit l'intérieur d'un domaine D et bord ∂D ; le fluide contient des particules en suspension dont la concentration est une fonction $c(t, \vec{x})$ (initialement $c(t = 0, \vec{x}) = c_0(\vec{x})$ connue) et les particules ne peuvent pas traverser ∂D.

1. Le fluide est immobile et la répartition des particules au cours du temps peut être expliquée par un mécanisme de diffusion (diffusivité α) : écrire le système d'équations permettant de calculer $c(t, \vec{x})$.

2. Le fluide est en mouvement avec une vitesse $\vec{v}(t, \vec{x})$ et la répartition des particules peut être expliquée par un mécanisme d'advection : écrire le système d'équations permettant de calculer $c(t, \vec{x})$.

3. Le champ de vitesses dans le fluide est initialement $\vec{v}(t = 0, \vec{x}) = \vec{v}_0(\vec{x})$ et on suppose que la présence des particules n'influe pas sur l'évolution au cours du temps de ce champ de vitesses ; par ailleurs, en dehors de la gravité supposée uniforme le fluide n'est soumis à aucune sollicitation : écrire le système d'équations permettant de calculer $\vec{v}(t, \vec{x})$.

4. Le récipient qui contient le fluide est fait d'un matériau élastique de coefficients de lamé λ et μ ; le domaine qu'il occupe est D' de bords intérieur ∂D et extérieur $\partial D'$; le fluide est immobile ce qui fait qu'il n'exerce sur le récipient que les forces correspond à la pression en hydorstatique ; à l'extérieur la pression est P_0 uniforme : écrire le système d'équations permettant de calculer la déformation du récipient par rapport à la forme qu'il aurait sans la présence du fluide.

Interrogation No1 – 10' – 6 nov. 2017 – sans documents

Écrire :

► L'équation de Navier-Stokes en stationnaire pour l'écoulement d'un fluide (viscosité μ) contenu dans un domaine D borné immobile et soumis à une densité de forces de volumes $\vec{f}$ ainsi que les conditions aux limites.

► Cette même équation quand D a une géométrie cylindrique le long de l'axe z, en coordonnées (on les introduira) et sans utiliser les opérateurs vectoriels.

► L'équation d'advection d'une quantité répartie avec une densité initiale ρ_0 dans D.

► L'équation de diffusion de cette quantité dans D et les conditions aux limite *ad hoc* en supposant le fluide au repos et la parois de D imperméable à la quantité.

► L'équation d'advection-diffusion de la quantité quand le fluide n'est plus au repos et en coordonnées dans le cas de la géométrie cylindrique pour D.

Répondre aux questions : a) les coefficients de Lamé s'écrivent en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson (O/N). b) Si une déformation est donnée par $\vec{\Psi} \ : \ \vec{x} \longrightarrow \vec{\Psi}(\vec{x})$ le champ de déplacement est $\vec{u}(\vec{x}) = \vec{\Psi}(\vec{x}) - \vec{x}$ (O/N). c) La variable dépendante de l'équation de Navier est le tenseur des déformations (O/N). d) Les conditions aux limites de l'équation de Navier peuvent être des conditions de Dirichlet sur $\vec{u}$ (O/N). e) Calculer le tenseur des déformation pour $\vec{u} = \Omega \times \vec{x}$ avec Ω constant.

Interrogation No1 – 10' – 6 nov. 2017 – sans documents

Écrire :

- L'équation de Navier-Stokes en stationnaire pour l'écoulement d'un fluide (viscosité μ) contenu dans un domaine D borné immobile et soumis à une densité de forces de volumes $\vec{f}$ ainsi que les conditions aux limites.
- Cette même équation quand D a une géométrie cylindrique le long de l'axe z, en coordonnées (on les introduira) et sans utiliser les opérateurs vectoriels.
- L'équation d'advection d'une quantité répartie avec une densité initiale ρ_0 dans D.
- L'équation de diffusion de cette quantité dans D et les conditions aux limite *ad hoc* en supposant le fluide au repos et la parois de D imperméable à la quantité.
- L'équation d'advection-diffusion de la quantité quand le fluide n'est plus au repos et en coordonnées dans le cas de la géométrie cylindrique pour D.

Répondre aux questions : a) les coefficients de Lamé s'écrivent en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson (O/N). b) Si une déformation est donnée par $\vec{\Psi} \quad : \quad \vec{x} \quad \longrightarrow \quad \vec{\Psi}(\vec{x})$ le champ de déplacement est $\vec{u}(\vec{x}) = \vec{\Psi}(\vec{x}) - \vec{x}$ (O/N). c) La variable dépendante de l'équation de Navier est le tenseur des déformations (O/N). d) Les conditions aux limites de l'équation de Navier peuvent être des conditions de Dirichlet sur $\vec{u}$ (O/N). e) Calculer le tenseur des déformation pour $\vec{u} = \Omega \times \vec{x}$ avec Ω constant.

Interrogation No1 – 10' – 6 nov. 2017 – sans documents

Écrire :

- L'équation de Navier-Stokes en stationnaire pour l'écoulement d'un fluide (viscosité μ) contenu dans un domaine D borné immobile et soumis à une densité de forces de volumes $\vec{f}$ ainsi que les conditions aux limites.
- Cette même équation quand D a une géométrie cylindrique le long de l'axe z, en coordonnées (on les introduira) et sans utiliser les opérateurs vectoriels.
- L'équation d'advection d'une quantité répartie avec une densité initiale ρ_0 dans D.
- L'équation de diffusion de cette quantité dans D et les conditions aux limite *ad hoc* en supposant le fluide au repos et la parois de D imperméable à la quantité.
- L'équation d'advection-diffusion de la quantité quand le fluide n'est plus au repos et en coordonnées dans le cas de la géométrie cylindrique pour D.

<u>Répondre aux questions</u> : a) les coefficients de Lamé s'écrivent en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson (O/N). b) Si une déformation est donnée par $\vec{\Psi} \;:\; \vec{x} \longrightarrow \vec{\Psi}(\vec{x})$ le champ de déplacement est $\vec{u}(\vec{x}) = \vec{\Psi}(\vec{x}) - \vec{x}$ (O/N). c) La variable dépendante de l'équation de Navier est le tenseur des déformations (O/N). d) Les conditions aux limites de l'équation de Navier peuvent être des conditions de Dirichlet sur $\vec{u}$ (O/N). e) Calculer le tenseur des déformation pour $\vec{u} = \Omega \times \vec{x}$ avec Ω constant.

Interrogation No1 – 10' – 6 nov. 2017 – sans documents

Écrire :

- L'équation de Navier-Stokes en stationnaire pour l'écoulement d'un fluide (viscosité μ) contenu dans un domaine D borné immobile et soumis à une densité de forces de volumes $\vec{f}$ ainsi que les conditions aux limites.
- Cette même équation quand D a une géométrie cylindrique le long de l'axe z, en coordonnées (on les introduira) et sans utiliser les opérateurs vectoriels.
- L'équation d'advection d'une quantité répartie avec une densité initiale ρ_0 dans D.
- L'équation de diffusion de cette quantité dans D et les conditions aux limite *ad hoc* en supposant le fluide au repos et la parois de D imperméable à la quantité.
- L'équation d'advection-diffusion de la quantité quand le fluide n'est plus au repos et en coordonnées dans le cas de la géométrie cylindrique pour D.

<u>Répondre aux questions</u> : a) les coefficients de Lamé s'écrivent en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson (O/N). b) Si une déformation est donnée par $\vec{\Psi} \; : \; \vec{x} \longrightarrow \vec{\Psi}(\vec{x})$ le champ de déplacement est $\vec{u}(\vec{x}) = \vec{\Psi}(\vec{x}) - \vec{x}$ (O/N). c) La variable dépendante de l'équation de Navier est le tenseur des déformations (O/N). d) Les conditions aux limites de l'équation de Navier peuvent être des conditions de Dirichlet sur $\vec{u}$ (O/N). e) Calculer le tenseur des déformation pour $\vec{u} = \Omega \times \vec{x}$ avec Ω constant.

Interrogation No1 – 10' – 6 nov. 2017 – sans documents

Écrire :

- L'équation de Navier-Stokes en stationnaire pour l'écoulement d'un fluide (viscosité μ) contenu dans un domaine D borné immobile et soumis à une densité de forces de volumes $\vec{f}$ ainsi que les conditions aux limites.
- Cette même équation quand D a une géométrie cylindrique le long de l'axe z, en coordonnées (on les introduira) et sans utiliser les opérateurs vectoriels.
- L'équation d'advection d'une quantité répartie avec une densité initiale ρ_0 dans D.
- L'équation de diffusion de cette quantité dans D et les conditions aux limite *ad hoc* en supposant le fluide au repos et la parois de D imperméable à la quantité.
- L'équation d'advection-diffusion de la quantité quand le fluide n'est plus au repos et en coordonnées dans le cas de la géométrie cylindrique pour D.

Répondre aux questions : a) les coefficients de Lamé s'écrivent en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson (O/N). b) Si une déformation est donnée par $\vec{\Psi} \; : \; \vec{x} \longrightarrow \vec{\Psi}(\vec{x})$ le champ de déplacement est $\vec{u}(\vec{x}) = \vec{\Psi}(\vec{x}) - \vec{x}$ (O/N). c) La variable dépendante de l'équation de Navier est le tenseur des déformations (O/N). d) Les conditions aux limites de l'équation de Navier peuvent être des conditions de Dirichlet sur $\vec{u}$ (O/N). e) Calculer le tenseur des déformation pour $\vec{u} = \Omega \times \vec{x}$ avec Ω constant.

Interrogation No1 – 10' – 6 nov. 2017 – sans documents

Écrire :

- L'équation de Navier-Stokes en stationnaire pour l'écoulement d'un fluide (viscosité μ) contenu dans un domaine D borné immobile et soumis à une densité de forces de volumes $\vec{f}$ ainsi que les conditions aux limites.
- Cette même équation quand D a une géométrie cylindrique le long de l'axe z, en coordonnées (on les introduira) et sans utiliser les opérateurs vectoriels.
- L'équation d'advection d'une quantité répartie avec une densité initiale ρ_0 dans D.
- L'équation de diffusion de cette quantité dans D et les conditions aux limite *ad hoc* en supposant le fluide au repos et la parois de D imperméable à la quantité.
- L'équation d'advection-diffusion de la quantité quand le fluide n'est plus au repos et en coordonnées dans le cas de la géométrie cylindrique pour D.

Répondre aux questions : a) les coefficients de Lamé s'écrivent en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson (O/N). b) Si une déformation est donnée par $\vec{\Psi} \quad : \quad \vec{x} \quad \longrightarrow \quad \vec{\Psi}(\vec{x})$ le champ de déplacement est $\vec{u}(\vec{x}) = \vec{\Psi}(\vec{x}) - \vec{x}$ (O/N). c) La variable dépendante de l'équation de Navier est le tenseur des déformations (O/N). d) Les conditions aux limites de l'équation de Navier peuvent être des conditions de Dirichlet sur $\vec{u}$ (O/N). e) Calculer le tenseur des déformation pour $\vec{u} = \Omega \times \vec{x}$ avec Ω constant.