Machines électriques tournantes

Gerard Vinsard

15 mai 2023

Objectifs

- Décrire très globalement les machines électriques tournantes.

- Les machines à courant alternatif se classent en : 1/ Machines synchrones ; 2/ Machines asynchrones. Et en plus il y a la machine à courant continu.

- Les concepts permettant la description de ces machines sont
  - les puissances : électrique, mécanique et dissipée ;
  - le rendement ;
  - le couple

Puissances – 1

▶ On doit se représenter un machine électrique comme un morceau de l'espace dans lequel : entre une puissance électrique $P_{\text{élec.}}$; sort une puissance mécanique $P_{\text{méca.}}$; ceci au prix d'une puissance dissipée (sous forme de chaleur $P_{\text{diss.}}$. L'idéographie est alors

$$P_{\text{élec.}} \Rightarrow \boxed{\text{Machine électrique}} \Rightarrow P_{\text{méca.}}$$
$$\Downarrow P_{\text{diss.}}$$

▶ On a toujours $P_{\text{élec.}} = P_{\text{méca.}} + P_{\text{diss.}}$ et $P_{\text{diss.}} \geq 0$. Mais le signe des $P_{\text{méca.}}$ et $P_{\text{élec.}}$ peut être négatif.

Si $P_{\text{méca.}} > 0$, la puissance est fournie à la machine. Inversement si $P_{\text{méca.}} < 0$, c'est la machine qui fournit la puissance au dispositif qui l'alimente.

De même si $P_{\text{méca.}} > 0$, la puissance est fournie par la machine au système mécanique qu'elle entraîne. Et inversement si $P_{\text{méca.}} < 0$ c'est le système mécanique qui fournit de la puissance à la machine.

Puissances – 2

▶ Les modes de fonctionnement d'une machine sont classifiés par les signes des $P_{\text{méca.}}$ et $P_{\text{élec.}}$

$P_{\text{élec.}}$	$P_{\text{méca.}}$	mode
> 0	> 0	Moteur (la machine est le moteur du système mécanique)
< 0	< 0	Alternateur (elle alimente le dispositif électrique)
> 0	< 0	Frein (elle ne produit que de la puissance dissipée $P_{\text{diss.}}$)

et le cas $P_{\text{élec.}} < 0$, $P_{\text{méca.}} > 0$ n'existe pas tant que $P_{\text{diss.}} > 0$.

▶ La définition du rendement dépend du mode de fonctionnement.

Moteur $\eta = P_{\text{méca.}} / P_{\text{élec.}} = P_{\text{méca.}} / (P_{\text{méca.}} + P_{\text{diss.}})$

Alternateur $\eta = (\text{-}P_{\text{élec.}}) / (\text{-}P_{\text{méca.}}) = (\text{-}P_{\text{élec.}}) / ((\text{-}P_{\text{élec.}}) + P_{\text{diss.}})$

On ne définit pas de rendement pour le frein.

Puissance mécanique, couple

► La machine est tournante et donc la puissance mécanique s'exprime comme le produit d'un couple Γ par la vitesse angulaire de rotation Ω, soit : $P_{\text{méca.}} = \Gamma\ \Omega$.

► Prenons un moteur qui entraîne une charge mécanique qui est un ventilateur de caractéristique : $\Gamma_c = k\ \Omega$. Si le moment d'inertie de la partie tournante du dispositf (la charge mais aussi le rotor de la machine) est J alors l'équation d'évolution de la vitesse est

$$J\ \frac{d\Omega}{dt} = \Gamma\ -\ k\ \Omega$$

En multipliant les deux termes de la relation par Ω et en réarrangeant, on obtient

$$P_{\text{méca.}} = \Gamma\ \Omega = k\ \Omega^2\ +\ \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\ J\ \Omega^2\right) = \Gamma\ \Omega = k\ \Omega^2\ +\ \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}\ J\ \Omega^2\right)$$

La puissance mécanique $P_{\text{méca.}}$ (fournie par le moteur) équilibre la somme de la puissance nécessaire pour faire tourner la charge $k\ \Omega^2 = \Gamma_c\ \Omega$ à la vitesse Ω et de la dérivée temporelle de l'énergie cinétique de la partie tournante $1/2\ J\ \Omega^2$.

Ce que doit contenir le modèle de la machine électrique

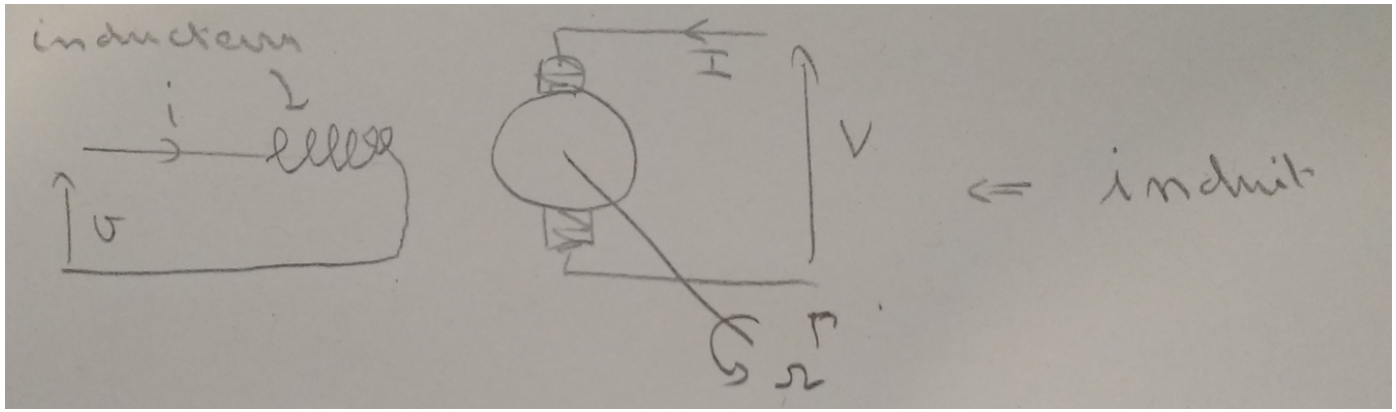
► Une expression de Γ en fonction des grandeurs électriques (fréquence dans le cas alternatif et tension d'entrée) mais aussi et impérativement de la grandeur mécanique qu'est la vitesse angulaire Ω.

Sinon les puissances électriques $P_{\text{méca.}}$ et $P_{\text{diss.}}$ ne dépendraient pas de cette vitesse et la relation $P_{\text{méca.}} = P_{\text{diss.}} + \Gamma\,\Omega$ devrait être valable pour toute valeur de Ω...

► La vitesse angulaire Ω est considérée comme variable côté mécanique mais comme constante côté électrique. Les constantes de temps des circuits électrique sont bien plus petites que celles de la mécanique, d'où ce découplage simplifiant.

Machine à courant continu – 1

► Sous sa forme la plus dépouillée, appelée la machine à courant continu à excitations indépendantes, la machine à courant continu comporte deux circuits électriques : le premier appelé l'inducteur est alimenté par une tension v et parcouru par un courant i, le second par une tension V et un courant I. Cela produit sur l'axe un couple Γ. Une idéographie possible est :



Et le modèle électrique (sa version stationnaire) s'écrit (k est un coefficient constitutif de la machine)

$$v = r\, i \;;\; V = R\, I \;+\; k\, \Omega\, i \;;\; \Gamma = k\, i\, I$$

En choisissant v et V comme paramètres de contrôle, on obtient alors

$$i = \frac{v}{r} \;;\; I = \frac{k\, v}{R\, r}\left(\frac{V\, r}{k\, v} - \Omega\right) \;;\; \Gamma = \frac{k^2\, v^2}{R\, r^2}\left(\frac{V\, r}{k\, v} - \Omega\right)$$

Machine à courant continu – 2

- La puissance électrique est $P_{\text{élec.}} = v\,i + V\,I = \dfrac{v^2}{r} + \dfrac{k\,v}{R\,r}\left(\dfrac{V\,r}{k\,v} - \Omega\right)$

et la puissance mécanique $P_{\text{méca.}} = \Gamma\,\Omega = \dfrac{k^2\,v^2}{R\,r^2}\,\Omega\left(\dfrac{V\,r}{k\,v} - \Omega\right)$

- La vitesse stationnaire que prend la machine soumise à une charge mécanique de caractéristique $\Gamma_c(\Omega)$ s'obtient en résolvant $\dfrac{k^2\,v^2}{R\,r^2}\left(\dfrac{V\,r}{k\,v} - \Omega\right) = \Gamma_c(\Omega)$

- Et on peut déterminer le mode de fonctionnement de la machine.

$\Omega < \frac{R\,v}{V\,k} + \frac{V\,r}{k\,v} \Leftrightarrow P_{\text{élec.}} > 0$ et $0 < \Omega < \frac{V\,r}{k\,v} \Leftrightarrow P_{\text{méca.}} > 0$

D'où

$\Omega < 0$	$0 < \Omega < \frac{V\,r}{k\,v}$	$\frac{V\,r}{k\,v} < \Omega < \frac{R\,v}{V\,k} + \frac{V\,r}{k\,v}$	$\Omega > \frac{R\,v}{V\,k} + \frac{V\,r}{k\,v}$
frein	moteur	frein	alternateur

- Le rendement de la machine en mode moteur est

$$\eta = \frac{P_{\text{méca.}}}{P_{\text{élec.}}} = \frac{k\,v}{V\,r}\,\frac{\Omega\left(\frac{V\,r}{k\,v} - \Omega\right)}{\left(\frac{R\,v}{V\,k} + \frac{V\,r}{k\,v}\right) - \Omega}$$

Stabilité – 1

► Comme déjà dit, La vitesse stationnaire que prend la machine soumise à une charge mécanique de caractéristique $\Gamma_c(\Omega)$ s'obtient en résolvant

$\Gamma(\Omega_s) = \Gamma_c(\Omega_s)$ avec $\Gamma(\Omega) = \dfrac{k^2\, v^2}{R\, r^2}\left(\dfrac{V\, r}{k\, v} - \Omega\right)$.

Ω_s est une solution (on ne suppose pas a priori qu'il n'y en a qu'une).

► La question est de savoir si cette solution est stable. Pour cela, on utilise le système dynamique

$$J\,\frac{d\Omega}{dt} = \Gamma(\Omega) \;-\; \Gamma_c(\Omega)$$

en posant $\Omega = \Omega_s \;+\; \delta\Omega$ ou $\delta\Omega$ est une petite variation de vitesse autour de la vitesse d'équilibre Ω_s ($\Omega = \Omega_s$ est solution du système dynamique).

► On obtient

$$J\,\frac{d\,\delta\Omega}{dt} = \Gamma(\delta\Omega + \Omega_s) \;-\; \Gamma_c(\delta\Omega + \Omega_s)$$

soit, à l'ordre 1 en $\delta\Omega$

$$J\,\frac{d\,\delta\Omega}{dt} = \alpha\,\delta\Omega \;\text{ avec }\; \alpha = \left(\frac{d\Gamma}{d\Omega}(\Omega_s) - \frac{d\Gamma_c}{d\Omega}(\Omega_s)\right)$$

si $\alpha < 0$, $\delta\Omega$ décroît en exponentielle et donc $\delta\Omega$ disparaît avec le temps : la solution est stable. Si $\alpha > 0$ $\delta\Omega$ croît en exponentielle : la solution est instable.

Stabilité – 2

- Pour la machine à courant continu à excitations indépendantes

$$\alpha = -\frac{k^2\ v^2}{R\ r^2}\ -\ \frac{d\Gamma_c}{d\Omega}(\Omega_s)$$

où

$$\frac{k^2\ v^2}{R\ r^2}\ \left(\frac{V\ r}{k\ v} - \Omega_s\right) = \Gamma_c\,(\Omega_s)$$

- Si Γ_c est une fonction croissante de Ω, il y a une solution unique et elle est stable.

Machines à courants alternatifs – polarité

► Sous sa forme la plus élémentaire, un alternateur triphasé est un aimant qui tourne sur lui même à la fréquence f avec autour de lui trois bobines disposées à $2\,\pi/3$.
► L'aimant a deux pôles magnétiques : le nord et le sud. Lorsqu'il a fait un tour chacune des bobine a vu passer une alternance de ces pôles. Avec la loi de Faraday, cela crée dans la bobine une force électromotrice périodique de période $1/f$.
► Les bobines sont donc soumises à des forces électromotrices périodiques identiques mais déphasées de $2\,\pi/3$ de part leur répartition.
► C'est l'alternateur triphasé. Mais il manque quand même quelques détails dans cette description pour atteindre le véritable alternateur triphasé.
► Parmi ces détails, il y a celui de la polarité. Si, par exemple, l'aimant est doté de 4 pôles $N - S - N - S$, une bobine voit passer une alternance $N - S$ lorsque l'aimant n'a fait qu'un demi-tour. La fréquence de sa force électromotrice est donc double de la fréquence mécanique f.
► Le rapport des fréquences électriques et mécanique d'une machine tournante est le nombre de paires $(N - S)$ de pôles qu'il y a de façon interne dans la machine. Si ω est la pulsation électrique et Ω la pulsation mécanique (la vitesse angulaire)

$$\frac{\omega}{\Omega} = p$$

où p est le nombre de paires de pôles.

Alternateur

- Le véritable alternateur est composé de
  - un circuit d'excitation dans lequel on injecte un courant continu i qui a la même action que l'aimant invoqué plus haut ;
  - un système triphasé qui comporte une force électromotrice dans chacune de ses phases : la force électromotrice du circuit monophasé équivalent est

$$\underline{E} = k \;\; i \;\; \exp^{j\,\delta}$$

    où k est une constante constitutive de la machine et δ un paramètre réglable qui s'appelle l'angle intern. Chacune des phases comporte également une résistance R et une réactance X
- Si donc l'alternateur débite un courant $\underline{I}$ sous une tension $\underline{v}$, on a

$$\underline{E} = (R + j\,X)\,\underline{I} + \underline{v}$$

- La dépendance des grandeurs électriques en la vitesse angulaire Ω existe mais comme celle-ci doit rester constante pour fournir de l'électricité à fréquence constante, c'est un peu caché.
Une étude plus fine de l'alternateur et notamment de sa stabilité nécessiterait une meilleure description. Mais celle-ci est suffisante pour les utilisateurs.

Machines asynchrone (induction motor)

- Le modèle de la machine asynchrone triphasée est décrit

https://arche.univ-lorraine.fr/pluginfile.php/667459/mod_resource/content/8/t3mas.pdf

- Le circuit monophasé équivalent est celui du ≪ transformateur à champ tournant ≫ de la planche 6. Plutôt que d'utiliser la vitesse angulaire Ω comme paramètre, on utilise le glissement

$$g = \frac{\frac{\omega}{p} - \Omega}{\frac{\omega}{p}} \Leftrightarrow \Omega = (1-g)\ \frac{\omega}{p}$$

- Si V est la tension monophasée équivalente, la puissance électrique est de la forme

$$P_{\text{élec.}} = 3\ \frac{1-\sigma}{\sigma}\ \frac{V^2}{l_1\ \omega}\ \frac{1}{\left(\frac{g_{\max}}{g} + \frac{g}{g_{\max}}\right)} \quad \text{avec} \quad g_{\max} = \frac{R_2}{l_2\ \omega\ \sigma}$$

et la puissance mécanique $P_{\text{méca.}} = (1-g)\ P_{\text{élec.}}$. Le couple est alors

$$\Gamma = \frac{P_{\text{méca.}}}{\Omega} = \frac{2\,\Gamma_{\max}}{\left(\frac{g_{\max}}{g} + \frac{g}{g_{\max}}\right)} \quad \text{avec} \quad \Gamma_{\max} = \frac{3}{2}\ \frac{1-\sigma}{\sigma}\ \frac{p}{l_1}\left(\frac{V}{\omega}\right)^2$$

Et, *mutatis mutandis*, ces expressions admettent un traitement analogue à celui de la machine à courant continu à excitations indépendantes.