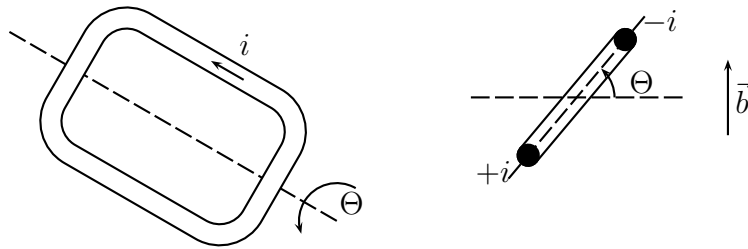


Chapitre 5 : Convertisseurs électromécaniques

Les descriptions qui suivent sont celles de moteurs électriques réduits à leur plus simple expression. Il convient de noter que les moteurs réels peuvent être décrits avec des approximations moins abruptes, mais ce serait au prix de plus de lourdeur.

Un cadre tournant dans une induction magnétique uniforme

Le cadre est fait d'une matière qui peut conduire le courant électrique ;



Il ne comporte qu'un seul degré de liberté en rotation et donc son mouvement ainsi que l'évolution du courant électrique qui le parcourt sont décrits par les variables

- Θ l'angle que fait le cadre avec le plan normal à l'induction uniforme ;
- $\Omega = \frac{d\Theta}{dt}$ la vitesse angulaire du cadre ;
- i le courant électrique parcourant le cadre ;

La loi de Faraday affirme que la variation du flux magnétique ($b \cos \Theta S$) due au mouvement du cadre crée une force électromotrice

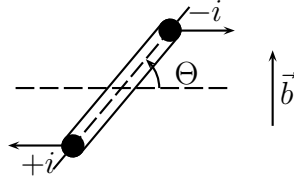
$$-\frac{d}{dt} \left(b \cos \Theta S \right) = b S \Omega \sin \Theta$$

où S est la mesure de la surface plane dont le bord est la fibre moyenne du cadre et où b est l'intensité de l'induction magnétique. Cette force électromotrice est équilibrée par les chutes de tension dues aux pertes Joule dans le cadre et à la variation du flux magnétique propre ($l i$) soit

$$b S \Omega \sin \Theta = r i + l \frac{di}{dt}$$

où r est la résistance électrique du cadre et l son inductance propre.

Les deux forces de Laplace sur les deux conducteurs parallèles à l'axe de rotation sont placées comme



et ont pour expression

$$i b$$

elles conduisent donc au couple électromagnétique

$$-2 b i \underbrace{\text{longueur du cadre} \times \text{demi-largeur}}_{= S/2} \sin \Theta = -b i S \sin \Theta$$

qui tend à aligner le moment dipolaire magnétique correspondant au cadre avec l'induction magnétique source. Ce couple est équilibré par la variation de moment cinétique et un couple extérieur Γ_x soit

$$J \frac{d\Omega}{dt} = -b i S \sin \Theta + \Gamma_x$$

où J est le moment d'inertie du cadre.

Le bilan de puissance est alors

$$\begin{aligned} b S \Omega \sin \Theta &= r i + l \frac{di}{dt} && \times -i \\ + J \frac{d\Omega}{dt} &= -b i S \sin \Theta + \Gamma_x && \times \Omega \end{aligned}$$

$$\underbrace{\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J \Omega^2 + \frac{1}{2} l i^2 \right)}_{\text{variation par rapport au temps des énergies magnétique et cinétique}} + \underbrace{r i^2}_{\text{pertes Joules}} = \underbrace{\Gamma_x \Omega}_{\text{travail du couple extérieur}}$$

dans lequel s'élimine le terme

$$-b S i \Omega \sin \Theta$$

qui est exactement la puissance échangée entre l'électricité et la mécanique. Si le terme est positif cette puissance passe de l'électricité vers la mécanique : c'est le fonctionnement moteur. S'il est négatif la puissance passe cette fois-ci de la mécanique vers l'électricité : c'est le fonctionnement alternateur ou frein. Ce terme s'écrit donc de deux façons

$$-b S i \Omega \sin \Theta = - \underbrace{E}_{= b S \Omega \sin \Theta} i = \underbrace{\Gamma}_{= -b S i \sin \Theta} \Omega$$

où

- * Γ est le couple dû à l'interaction du courant électrique dans le cadre et de l'induction magnétique appliquée \vec{b} ;
- * E est la force électromotrice résultant du mouvement du cadre dans l'induction magnétique appliquée \vec{b} .

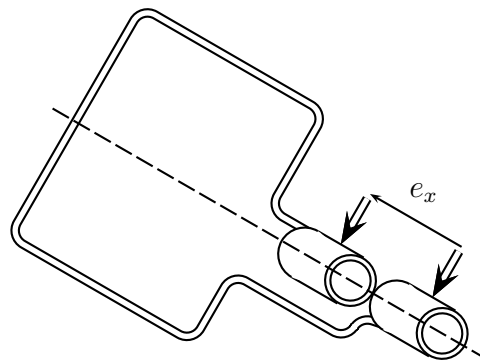
La commutation

Le cadre précédent placé dans une induction uniforme n'est pas très utile comme moteur. Si le couple extérieur Γ_x est nul alors

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J \Omega^2 + \frac{1}{2} l i^2 \right) = -r i^2 \leq 0$$

S'il y avait un courant i_0 et une vitesse Ω_0 à l'origine, ceux-ci disparaîtraient, consommés par les pertes joules.

Étude approchée de la commutation mécanique Par contre l'ouverture du cadre permet d'intercaler des bagues



à partir desquelles une tension extérieure e_x peut être imposée en utilisant des contacts glissants (pratiquement des charbons pressés sur la bague avec un ressort). L'équation électrique est alors

$$e_x + b S \Omega \sin \Theta = r i + l \frac{di}{dt}$$

sans que les équations mécaniques changent.

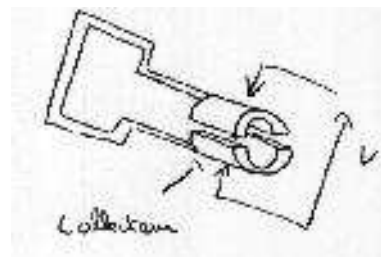
Si e_x est contrôlée de manière que le couple électromagnétique, dont l'expression est encore

$$\Gamma = -b S i \sin \Theta$$

soit toujours positif alors la fonction de moteur sera réalisée.

Un tel contrôle est réalisé par commutation. Il y a deux types de commutations possibles : 1) la commutation électronique où la tension e_x est fournie par un dispositif d'électronique de puissance voisin de ceux qui ont été étudiés dans le chapitre 3 ; 2) la commutation mécanique qui va être brièvement expliquée.

Une commutation mécanique du courant électrique peut être réalisée en reliant le cadre à une seule bague



qui est coupée en deux de manière que si la tension V du dessin est continue alors le courant injecté à la demi-bague du dessus ainsi que le courant collecté par la demi-bague du dessous sont toujours dirigés dans le même sens. Ce dispositif s'appelle un collecteur ; la tension d'excitation est

$$e_x = V \Pi(\sin(\Theta - \Theta_x))$$

où

$$\Pi(u) = \begin{cases} 1 & \text{si } u > 0 \\ -1 & \text{sinon} \end{cases}$$

et où Θ_x et $\Theta_x + \pi$ sont les angles auxquels se passe la commutation : Θ_x est un paramètre de contrôle.

Le système électromécanique devient alors

$$\begin{cases} l \frac{di}{dt} = -r i + V \Pi(\sin(\Theta - \Theta_x)) + b S \Omega \sin \Theta \\ J \frac{d\Omega}{dt} = -b i S \sin \Theta + \Gamma_x \\ \frac{d\Theta}{dt} = \Omega \end{cases}$$

Et il s'agit de déterminer Θ_x pour que le couple soit le plus grand possible. Sans être difficile, cette étude demande un peu d'attention qui trouvera un meilleur usage à être accordée à cette autre étude simplifiée par l'hypothèse que l'inductance propre du cadre serait suffisamment petite pour qu'il soit possible de négliger le terme qui lui correspond. Dans ce cas l'équation électrique devient

$$r i = V \Pi(\sin(\Theta - \Theta_x)) + b S \Omega \sin \Theta$$

et le couple électromagnétique s'écrit

$$\Gamma = -b S i \sin \Theta = -b S \frac{V \Pi(\sin(\Theta - \Theta_x)) \sin \Theta + b S \Omega \sin \Theta^2}{r}$$

Si d'une part

$$\Theta_x = \pi$$

et d'autre part

$$V > b S \Omega$$

alors

$$\forall \Theta : \Gamma = \frac{b S}{r} (V \Pi(\sin(\Theta)) \sin \Theta - b S \Omega \sin \Theta^2) \geq 0$$

La fonction moteur est réalisée. En ajoutant de plus l'approximation selon laquelle une fonction sinus n'est jamais qu'une sorte de fonction créneau un peu adoucie, soit

$$\sin \Theta \approx \Pi(\sin \Theta)$$

l'expression du couple et l'équation électrique deviennent

$$\Gamma = \frac{b S}{r} (V - b S \Omega) \quad \text{et} \quad V - b S \Omega = r i \Pi(\sin \Theta)$$

Soit encore en introduisant le courant

$$I = i \Pi(\sin \Theta)$$

qui circule non pas dans le cadre mais dans le circuit extérieur alimentant ce cadre, il vient alors

$$\Gamma = b S I \quad \text{et} \quad V - b S \Omega = r I$$

Le bilan de puissance est

$$\underbrace{V I}_{\text{puissance issue de la source } V} = \underbrace{r I^2}_{\text{puissance joule}} + \underbrace{(b S I) \Omega}_{\text{puissance mécanique}}$$

Il permet de décrire les trois régimes d'un convertisseur électromécanique :

signe de $V I$	signe de $\Gamma \Omega$	mode de fonctionnement
+	+	moteur
-	-	génératrice
+	-	frein

Dans le fonctionnement en moteur la puissance est prise depuis la source de tension V et apportée à la mécanique (au prélèvement des pertes Joules près) via le couple Γ .

Dans le fonctionnement en génératrice la puissance est prise dans le système mécanique qui permet que le cadre tourne dans un sens malgré un couple électromagnétique qui s'oppose à ce sens de rotation et est apportée à la source de tension V (toujours au prélèvement des pertes Joule près).

Dans le fonctionnement en frein la puissance est à la fois prélevée à la source de tension et dans le système mécanique qui permet que le cadre tourne dans un sens malgré un couple électromagnétique qui s'oppose à ce sens de rotation pour être toute entière dissipée en pertes Joule.

Équations du moteur à courant continu Les équations obtenues dans le cadre de l'analyse menée sur le cadre tournant dans une induction uniforme restent valables si d'une part plusieurs cadres décalés les uns avec les autres tournent dans cette induction et d'autre part si cette induction est produite par un système inducteur.

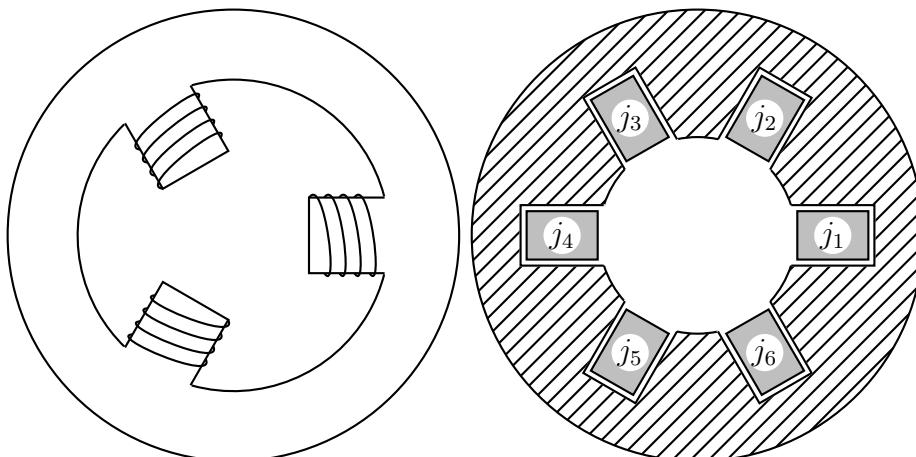
Dans ce cas elles prennent la forme

V, I, r	deviennent	V_2, I_2, R_2	
$b S$	devient	$k I_1$	I_1 le courant dans l'inducteur ; k un coefficient
		$V_1 = R_1 I_1$	V_1 la tension aux bornes de l'inducteur ;
			R_1 la résistance de l'inducteur
$V - b S \Omega = r I$	devient	$V_2 = R_2 I_2 + k I_1 \Omega$	
$\Gamma = b S I$	devient	$\Gamma = k I_1 I_2$	

et constituent les équations du régime établi des machines à courant continu étudiées dans l'exercice 1.

Alternateur synchrone élémentaire

Il est possible de créer une induction magnétique (presque) uniforme en espace mais dont la direction change constamment avec une vitesse angulaire ω . Ce résultat est obtenu sommairement en utilisant du courant triphasé qui alimente trois bobines disposées comme sur la partie gauche du dessin



le résultat est une induction à peu près uniforme dont la direction change à chaque instant. C'est un champ tournant qui tourne à la pulsation électrique ω selon

$$\vec{b} = b (\cos(\omega t) \vec{e}_x + \sin(\omega t) \vec{e}_y)$$

où \vec{e}_x et \vec{e}_y sont deux vecteurs de base du plan dans lequel sont placés les axes des bobines.

Une amélioration de ce dispositif sommaire consiste à ne pas placer les allers et retours des courants sur un même plot mais à plutôt conducteurs dans des encoches comme sur la partie droite du dessin et de les relier aux courants de phase comme

$$\begin{array}{llll} j_1 = i_a & j_3 = i_b & j_5 = i_c & \text{allers} \\ j_4 = -i_a & j_2 = -i_c & j_6 = -i_b & \text{retours} \end{array}$$

de manière à obtenir le champ tournant à partir de trois bobines diamétrales qui assurent une zone d'induction magnétique uniforme presque dans tout le cylindre intérieur.

Le problème d'un cadre tournant à la vitesse angulaire Ω placé dans ce champ tournant est exactement celui d'un cadre tournant à la vitesse angulaire $\Omega - \omega$ placé dans un champ statique.

Si donc $\Omega = \omega$, que le cadre est muni d'un système de bagues comme précédemment, les équations de régime établi sont

$$e_x + b S \Omega \sin(\delta) = r i$$

où δ est un angle constant qui correspond à l'angle Θ_x du paragraphe précédent.

La tension extérieure e_x (on l'appelle la tension d'excitation) est continue et donc le courant i (on l'appelle le courant d'excitation) est continu ; le cadre se comporte alors comme un aimant tournant qui induit une force électromotrice \underline{E} de la forme

$$\underline{E} = k i \exp^{j \delta}$$

dans les bobines dont les équations électriques sont, pour le schéma monophasé équivalent

$$\underline{E} = R \underline{I} + j X \underline{I} + \underline{v}$$

où \underline{V} est l'amplitude complexe aux bornes des bobines, R et X leurs valeurs de résistance et de réactance.

Ces dernières équations restent valable pour des structures plus compliquées ; elle constituent les équations de l'alternateur synchrone étudié dans l'exercice 2.

Coénergie magnétique

Deux structures de convertisseurs électromécaniques élémentaires ont été étudiées pour ainsi dire à la main ; il serait fastidieux de procéder ainsi pour des convertisseurs plus compliqués sans disposer d'un outil un peu puissant.

L'outil existe évidemment, c'est une sorte d'énergie libre que les électriciens appellent la coénergie magnétique. Pratiquement c'est une fonction dont les arguments sont les courants électriques i_1, \dots, i_N présents dans le problème ainsi que les degrés de liberté mécaniques, dans le cas de machines tournantes ces degrés de liberté sont limités à l'angle Θ entre le stator et le rotor :

$$\overline{W}(i_1, \dots, i_N, \Theta)$$

Dans le cas linéaire l'expression de la coénergie est

$$\overline{W}(i_1, \dots, i_N, \Theta) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{p=1}^N M_{np}(\Theta) i_n i_p$$

où les coefficients M_{np} sont les inductances mutuelles (propres si $n = p$) entre les courants i_n et i_p qui dépendent a priori du paramètre de position Θ et sont obtenues par un calcul électromagnétique.

La coénergie magnétique étant donnée, les équations électromécaniques s'en déduisent par

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \overline{W}}{\partial i_1} \right) + R_1 i_1 = V_1 \\ \dots \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \overline{W}}{\partial i_N} \right) + R_N i_N = V_1 \\ \frac{d}{dt} (J\Omega) = \frac{\partial \overline{W}}{\partial \theta} + \Gamma_x \\ \frac{d\Theta}{dt} = \Omega \end{array} \right.$$

où R_1, \dots, R_N sont les résistances des circuits des courants i_1, \dots, i_N , J est le moment d'inertie du rotor et Γ_x le couple extérieur.

Il n'y a plus à réfléchir : les équations électromécaniques sont, comme on l'aura deviné, directement les équation d'Euler correspondant au lagrangien

$$\mathcal{L}(i_1, \dots, i_N, \Omega, \Theta) = \overline{W}(i_1, \dots, i_N, \Theta)$$

(les courants sont l'analogie de vitesses et ici il n'y a pas de variables de position associées) auquel est associé la fonction de dissipation

$$\mathcal{S}(i_1, \dots, i_N) = \frac{1}{2} \sum_n^N R_n i_n^2$$

le couple extérieur étant rangé dans la fonction de dissipation ou dans le lagrangien suivant sa nature.

L'analyse d'un dispositif électromécanique avec ce formalisme fait l'objet de l'exercice 3.

Références

- [1] G. Segulier, F. Notelet, « Électrotechnique industrielle », Technique et Documentation (Lavoisier), 1996. (Pour une approche électrotechnique de la conversion électromécanique.)
- [2] B. Nogarède « Electrodynamique appliquée », Dunod, 2005. (Pour une approche moderne des concepts de la conversion électromécanique.)

Exercices

1. Machine à courant continu

a) Écrire les équations décrivant le régime établi d'une machine à courant continu à excitation séparée.

b) Pour une tension imposée, tracer les courbes caractéristique Couple/Vitesse ; Puissance-mécanique/Vitesse ; Courant-absorbé/Vitesse dans le cas du montage série ; spécifier les zones de la courbe où la machine est : un moteur, un frein, une génératrice. Analyser la stabilité d'un point de fonctionnement dans le cas où le couple de charge est constant.

c) Pour une tension imposée, tracer les courbes caractéristique Couple/Vitesse ; Puissance-mécanique/Vitesse ; Courant-absorbé/Vitesse dans le cas du montage shunt ; spécifier les zones de la courbe où la machine est : un moteur, un frein, une génératrice. Analyser la stabilité d'un point de fonctionnement dans le cas où le couple de charge est constant.

2. Alternateur synchrone

Un alternateur triphasé a les caractéristiques suivantes

Vitesse	:	428.6 tr/mn		
Tension nominale	:	15.5 kV	Courant nominal	: 6333 A

on néglige toute perte dans l'alternateur.

a) Quel est le nombre de paires de pôles de l'alternateur ;

b) Sachant qu'on obtient

— la tension nominale à vide avec un courant d'excitation de 1890 A

— le courant nominal en court-circuit avec un courant d'excitation de 1675 A

et en négligeant les pertes joules, trouver la réactance de l'alternateur.

c) L'alternateur débite sur une résistance triphasée, pour un courant d'excitation donné :

1. tracer qualitativement les courbes Puissance-active/Résistance ; Puissance-réactive/Résistance ; Tension-de-sortie/Résistance ;
2. donner l'expression du couple dans le cas où la résistance est égale à la réactance de l'alternateur ;
3. tracer le lieu des points de fonctionnement possible de l'alternateur dans un plan dont l'abscisse est la puissance active et l'ordonnée le rapport de la tension de sortie sur la tension à vide (on éliminera la résistance de charge entre ces deux quantités).

d) L'alternateur débite maintenant dans un « réseau infini » imposant la tension V ; on choisit l'angle interne comme paramètre, tracer qualitativement les courbes Puissance-active/angle-interne ; Puissance-réactive/angle-interne.

3. Moteur à reluctance variable switché

- a) Prendre la feuille fournie pour le moteur 6×4 , découper le rotor et le placer à l'intérieur du rotor au moyen d'une punaise ; visualiser les enroulements d'alimentation au stator.
- b) Imaginer la séquence d'alimentation électrique des enroulements au stator en s'amusant à faire tourner le rotor ; cette séquence imaginée, le couple fourni est-il constant ? Les inductances mutuelles entre les enroulements au stator jouent-elles un rôle ?
- c) Écrire les équations complètes du modèle électromécanique du moteur à reluctance variable switché en utilisant la coénergie magnétique ; poser les problèmes de dimensionnement géométrique et électrique afférents.
- d) Refaire la question b) pour le moteur 14×12 .

